

6. Nupjautinė piramidė

- 277(B). Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės aukštinė lygi 7 cm, pagrindų kraštinės – 10 cm ir 2 cm. Raskite piramidės šoninę briauną.

[9 cm]

- 278(B). Taisyklingosios nupjautinės trikampės piramidės pagrindų kraštinės lygios 4 dm ir 1 dm, šoninė briauna – 2 dm. Raskite piramidės aukštinę.

[1 dm]

- 279(B). Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės aukštinė lygi 63 cm, šoninės sienos aukštinė – 65 cm, pagrindų kraštinių santykis yra 7:3. Raskite pagrindų kraštines.

[56 cm ir 24 cm]

- 280(B). Nupjautinės piramidės pagrindai yra taisyklingieji trikampiai, kurių kraštinės lygios 5 cm ir 3 cm. Viena šoninė briauna statmena pagrindo plokštumai ir lygi 1 cm. Raskite nupjautinės piramidės šoninio paviršiaus plotą.

[16 cm²]

- 281(B). Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės aukštinė lygi 2 cm, pagrindų kraštinės – 3 cm ir 5 cm. Raskite nupjautinės piramidės įstrižainę.

[6 cm]

- 282(B). Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės įstrižainės statmenos šoninėms briaunoms. Apatinio pagrindo kraštinė lygi 9 cm, šoninė briauna – 8 cm. Raskite viršutinio pagrindo kraštinę, nupjautinės piramidės aukštinę ir atstumą nuo jos įstrižainių susikirtimo taško iki apatinio pagrindo.

[1 $\frac{8}{9}$ cm, 6 $\frac{2}{9}$ cm, 5 $\frac{1}{7}$ cm]

- 283(B). Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės didesniojo pagrindo kraštinė lygi a , mažesniojo – b . Piramidės šoninė briauna su pagrindu sudaro 45° kampą. Raskite piramidės šoninę briauną.

[$a - b$]

- 284(B). Taisyklingosios nupjautinės trikampės piramidės pagrindų kraštinės lygios 2 cm ir 6 cm, šoninė siena pasvirusi į didesnįjį pagrindą 60° kampą. Raskite piramidės aukštinę.
[2 cm]

- 285(B). Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės pagrindų kraštinės lygios 8 m ir 2 m, aukštinė – 4 m. Raskite nupjautinės piramidės paviršiaus plotą.
[168 m²]

- 286(A). Nupjautinės piramidės pagrindų plotai lygūs 2 m² ir 98 m². Piramidės pjūvis eina per piramidės aukštinės vidurį ir lygiagretus piramidės pagrindams. Raskite pjūvio plotą.
[32 m²]

- 287(A). Nupjautinės piramidės aukštinė lygi h , pagrindų plotai – Q ir q . Kokių atstumu nuo viršutinio pagrindo yra jam lygiagretus pjūvis, kurio plotas yra pagrindų plotų geometrinis vidurkis?

$$\left[\frac{h \sqrt[4]{q}}{\sqrt[4]{Q} + \sqrt[4]{q}} \right]$$

- 288(A). Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės pagrindų kraštinės lygios a ir $a\sqrt{3}$, šoninė siena su pagrindo plokštuma sudaro kampą φ . Raskite piramidės tūrį ir paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{a^3}{6} (3\sqrt{3} - 1) \operatorname{tg} \varphi, 2a^2 \left(2 + \frac{1}{\cos \varphi} \right) \right]$$

- 289(A). Taisyklingosios nupjautinės šešiakampės piramidės pagrindų kraštinės lygios 4 cm ir 2 cm, aukštinė – 1 cm. Raskite piramidės šoninio paviršiaus plotą.
[36 cm²]

- 290(A). Taisyklingosios nupjautinės trikampės piramidės dvisienis kampas prie pagrindo kraštinės lygus 60° , to pagrindo kraštinė – a , piramidės paviršiaus plotas – S . Raskite kito pagrindo kraštinę.

$$\left[\sqrt{3a^2 - \frac{4S}{\sqrt{3}}} \right]$$

7. Piramidės tūris

- 291(B). Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo plotas lygus Q , šoninio paviršiaus plotas – S . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{6} \sqrt{Q(S^2 - Q^2)} \right]$$

- 292(B). Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a , šoninė briauna pasvirusi į pagrindo plokštumą 45° kampui. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{a^3}{12} \right]$$

- 293(B). Piramidės pagrindas yra lygiašonis statusis trikampis, kurio statinis lygus 8 cm. Kiekviena piramidės šoninė briauna lygi 9 cm. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{224}{3} \text{ cm}^3 \right]$$

- 294(B). Piramidės pagrindas yra stačiakampis, kurio kraštinės lygios 6 ir 8, kiekviena šoninė briauna lygi 13. Apskaičiuokite piramidės tūrį.

$$[192]$$

- 295(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės plokščiasis kampas prie viršūnės lygus α , pagrindo įstrižainė – d . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{d^3 \sqrt{2 \cos \frac{\alpha}{2}}}{24 \sin \frac{\alpha}{2}} \right]$$

- 296(B). Taisyklingosios trikampės piramidės aukštinė lygi h , šoninė siena su pagrindo plokštuma sudaro 60° kampą. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{3} \sqrt{3} h^3 \right]$$

- 297(B). Taisyklingosios šešiakampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a , dvisienis kampas prie pagrindo kraštinės – 45° . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{3}{4} a^3 \right]$$

- 298(B).** Taisyklingosios keturkampės piramidės šoninė briauna lygi m ir pasvirusi į pagrindo plokštumą kampą α . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{m^3 \sin 2\alpha \cos \alpha}{3} \right]$$

- 299(B).** Piramidės pagrindas – rombas, kurio kraštinė lygi 15, didesnioji įstrižainė – 24. Piramidės šoninė siena su pagrindo plokštuma sudaro 45° kampą. Raskite piramidės tūrį.

$$[518,4]$$

- 300(B).** Piramidės pagrindas yra rombas, kurio kampas lygus 60° , kraštinė – $8\sqrt{3}$. Piramidės aukštinė eina per rombo centrą, trumpiausia šoninė briauna lygi $5\sqrt{3}$. Raskite piramidės tūrį.

$$[288]$$

- 301(B).** Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi 1, šoninė briauna – $\sqrt{7}$. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{\sqrt{5}}{6} \right]$$

- 302(B).** Piramidės pagrindas yra stačiakampis, kurio kraštinės lygios 9 m ir 12 m, kiekviena šoninė briauna lygi 12,5 m. Raskite piramidės tūrį.

$$[360 \text{ m}^3]$$

- 303(B).** Piramidės pagrindas yra stačiakampis, kurio kraštinės lygios 6 cm ir 15 cm. Piramidės aukštinė eina per pagrindo įstrižainių susikirtimo tašką. Šoninio paviršiaus plotas lygus 126 cm^2 . Raskite piramidės tūrį.

$$[120 \text{ cm}^3]$$

- 304(B).** Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a , šoninė briauna su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{a^3 \operatorname{tg} \alpha}{12} \right]$$

- 305(B).** Taisyklingosios trikampės piramidės dvisienis kampas prie pagrindo kraštinės lygus α , piramidės aukštinė – h . Raskite piramidės tūrį ir paviršiaus plotą.

$$\left[\sqrt{3}h^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha, 3\sqrt{3}h^2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right]$$

- 306(B). Piramidės pagrindas yra lygiašonis trikampis, kurio šoninė kraštinė lygi 6 cm, pagrindas – 8 cm. Kiekviena šoninė briauna lygi 9 cm. Raskite piramidės tūrį.

$$[48 \text{ cm}^3]$$

- 307(B). Piramidės pagrindas yra stačiakampis, kurio plotas Q , kampas tarp įstrižainių lygus 60° . Šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą 45° kampų. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{Q\sqrt{Q}}{3\sqrt[4]{3}} \right]$$

- 308(B). Piramidės pagrindas yra trikampis, kurio kraštinės lygios 39, 17 ir 28. Kiekviena piramidės šoninė briauna lygi 22,9. Raskite piramidės tūrį.

$$[420]$$

- 309(B). Piramidės pagrindas yra lygiašonis trikampis, kurio kiekviena šoninė kraštinė lygi 39 cm, pagrindas – 30 cm. Dvisieniai kampai prie pagrindo kraštinių lygūs 45° . Raskite piramidės tūrį.

$$[1800 \text{ cm}^3]$$

- 310(B). Trikampės piramidės pagrindas yra trikampis, kurio kraštinės lygios 3, 4, 5. Dvisieniai kampai prie pagrindo kraštinių lygūs 60° . Raskite piramidės tūrį.

$$[2\sqrt{3}]$$

- 311(B). Taisyklingosios šešiakampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a , šoninė briauna su pagrindo plokštuma sudaro 45° kampą. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{\sqrt{3}}{2} a^3 \right]$$

- 312(B). Trikampės piramidės dvisieniai kampai prie pagrindo kraštinių lygūs. Pagrindo kraštinės lygios 7 cm, 8 cm ir 9 cm, piramidės tūris – 40 cm^3 . Raskite piramidės šoninio paviršiaus plotą.

$$[60 \text{ cm}^2]$$

- 313(B). Piramidės pagrindas yra rombas, kurio kraštinė lygi 15 cm. Piramidės šoninio paviršiaus plotas lygus 3 dm^2 , jos šoninės sienos su pagrindo plokštuma sudaro 45° kampus. Raskite piramidės tūrį.

$$[500 \text{ cm}^3]$$

- 314(B).** Piramidės pagrindas – statusis trikampis, kurio statiniai lygūs a ir b . Kiekviena šoninė briauna pasvirusi į pagrindo plokštumą kampų φ . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{ab}{12} \sqrt{a^2 + b^2} \operatorname{tg} \varphi \right]$$

- 315(B).** Taisyklingosios šešiakampės piramidės tūris lygus $66\sqrt{3}$, pagrindo kraštinė lygi 2. Raskite piramidės aukštinę.

$$[33]$$

- 316(B).** Piramidės pagrindas yra stačiakampis, kurio plotas lygus 1 m^2 . Dvi šoninės sienos statmenos pagrindo plokštumai, kitos dvi pasvirusios į ją 30° ir 60° kampų. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{3} \text{ m}^3 \right]$$

- 317(B).** Taisyklingosios keturkampės piramidės tūris lygus V , šoninė briauna pasvirusi į pagrindo plokštumą kampų α . Raskite piramidės šoninę briauną.

$$\left[\sqrt[3]{\frac{3V}{\sin 2\alpha \cos \alpha}} \right]$$

- 318(B).** Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo įstrižainė lygi a , šoninė siena su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{\sqrt{2}}{24} a^3 \operatorname{tg} \alpha \right]$$

- 319(B).** Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a , dvisienis kampas prie pagrindo – α . Raskite piramidės tūrį ir paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{a^3 \operatorname{tg} \alpha}{24}, \frac{a^2 \sqrt{3} \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \cos \alpha} \right]$$

- 320(B).** Taisyklingosios trikampės piramidės aukštinė lygi h , šoninė briauna pasvirusi į pagrindo plokštumą kampų β . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{\sqrt{3}}{4} h^3 \operatorname{ctg}^2 \beta \right]$$

- 321(B).** Taisyklingosios trikampės piramidės apotema lygi m , dvisienis kampas prie pagrindo plokštumos – α . Raskite piramidės tūrį ir paviršiaus plotą.

$$\left[\sqrt{3} m^3 \sin \alpha \cos^2 \alpha, 6\sqrt{3} m^2 \cos \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right]$$

- 322(B). Taisyklingosios trikampės piramidės šoninė briauna lygi b ir su pagrindo plokštuma sudaro kampą β . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{\sqrt{3}}{4} b^3 \sin \beta \cos^2 \beta \right]$$

- 323(B). Piramidės pagrindas – lygiašonis trikampis, kurio kraštinės lygios 12, 10 ir 10. Šoninės sienos su pagrindo plokštuma sudaro 45° kampą. Raskite piramidės tūrį.

[48]

- 324(B). Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo perimetras lygus $30\sqrt{3}$, šoninė briauna – $2\sqrt{133}$. Raskite piramidės tūrį.

[900]

- 325(B). Taisyklingosios keturkampės piramidės šoninio paviršiaus plotas lygus 14,76, paviršiaus plotas – 18. Raskite piramidės tūrį.

[4,32]

- 326(B). Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo plotas lygus 9, plokščiasis kampas prie pagrindo viršūnės – α ; $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}$. Raskite piramidės tūrį.

[18]

- 327(B). Piramidės pagrindas – stačiakampis. Dvi šoninės sienos statmenos pagrindo plokštumai, kitos dvi su ja sudaro kampus α ir β . Piramidės aukštinė lygi h . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{3} h^3 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \right]$$

- 328(B). Piramidės pagrindas – rombas, kurio kraštinė lygi a , smailusis kampas – α . Dvisieniai kampai prie pagrindo kraštinių lygūs φ . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{6} a^3 \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \varphi \right]$$

- 329(B). Trikampės piramidės pagrindas – statusis trikampis, kurio įžambinė c ir smailusis kampas α . Visi dvisieniai kampai prie piramidės pagrindo lygūs β . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{6} c^3 \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha + \cos \alpha} \operatorname{tg} \beta \right]$$

- 330(B).** Piramidės pagrindas – lygiašonė trapecija, kurios lygiagrečios kraštinės lygios a ir b . Visi dvisieniai kampai prie pagrindo lygūs α . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{2} ab(a + b) \operatorname{tg} \alpha \right]$$

- 331(B).** Piramidės pagrindas yra lygiakraštis trikampis, kurio kraštinė lygi a . Dvi šoninės sienos statmenos pagrindo plokštumai, trečia su pagrindo plokštuma sudaro 60° kampą. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{8} \sqrt{3} a^3 \right]$$

- 332(B).** Piramidės šoninės sienos pasvirusios į pagrindo plokštumą 30° kampu. Piramidės pagrindas – rombas, kurio įstrižainės lygios 10 cm ir 24 cm. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{800\sqrt{3}}{13} \text{ cm}^3 \right]$$

- 333(B).** Taisyklingosios nupjautinės trikampės piramidės pagrindu plotai lygūs $75\sqrt{3} \text{ m}^2$ ir $12\sqrt{3} \text{ m}^2$, o visos piramidės aukštinė lygi $6\frac{2}{3} \text{ m}$. Raskite nupjautinės piramidės tūrį.

$$\left[156\sqrt{3} \text{ m}^3 \right]$$

- 334(B).** Trikampės piramidės pagrindas yra statusis trikampis, kurio statinis lygus $\sqrt{3}$, prie jo esantis smailusis kampas – 30° . Piramidės šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą 60° kampu. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[1,5\sqrt{3} \right]$$

- 335(B).** Piramidės pagrindas yra statusis trikampis, kurio statinis lygus 6 cm, prie jį esantis kampas – 60° . Kiekviena šoninė briauna lygi 4 cm. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[4\sqrt{3} \text{ cm}^3 \right]$$

- 336(B).** Piramidės pagrindas – rombas, kurio kraštinė lygi 2, kampas – 30° . Piramidės aukštinė lygi 3. Raskite piramidės tūrį.

$$[2]$$

- 337(B).** Piramidės aukštinė lygi 5, pagrindas – statusis trikampis, kurio įžambinė lygi 4, vienas kampas – 30° . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{10\sqrt{3}}{3} \right]$$

- 338(B). Piramidės pagrindas – stačiakampis, kurio įstrižainė lygi 3 ir su kraštine sudaro 30° kampą. Piramidės aukštinė lygi 12. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[9\sqrt{3} \right]$$

- 339(B). Taisyklingosios keturkampės piramidės šoninė briauna lygi 2, plokščiasis kampas prie piramidės viršūnės – 60° . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{4\sqrt{2}}{3} \right]$$

- 340(B). Taisyklingosios šešiakampės piramidės pagrindo kraštinė lygi 3, šoninė briauna su pagrindo plokštuma sudaro 45° kampą. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{27\sqrt{3}}{2} \right]$$

- 341(B). Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo įstrižainė lygi 1, šoninė siena su pagrindo plokštuma sudaro 60° kampą. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{\sqrt{6}}{24} \right]$$

- 342(B). Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo aukštinė lygi 2, šoninė briauna su piramidės aukštine sudaro 30° kampą. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{16}{9} \right]$$

- 343(B). Piramidės pagrindas – taisyklingasis trikampis, kurio kraštinė lygi 2. Šoninė siena, einanti per vieną trikampio kraštinę, statmena piramidės pagrindo plokštumai. Toje sienoje esančios šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą 30° kampą. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{3} \right]$$

- 344(B). Piramidės pagrindas – lygiašonis statusis trikampis, kurio įžambinė lygi 4. Per įžambinę einanti šoninė siena – taisyklingasis trikampis, jo plokštuma statmena pagrindo plokštumai. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{8\sqrt{3}}{3} \right]$$

- 345(A).** Taisyklingosios šešiakampės piramidės tūris lygus V , šoninė briauna du kartus ilgesnė už pagrindo kraštinę. Raskite pagrindo kraštinę ir kampą, kurį sudaro šoninė briauna su pagrindo plokštuma.

$$\left[\sqrt[3]{\frac{2}{3}} V, 60^\circ \right]$$

- 346(A).** Taisyklingosios keturkampės piramidės tūris lygus V . Šoninė briauna pasvirusi į pagrindo plokštumą kampui α . Raskite piramidės šoninę briauną.

$$\left[\sqrt[3]{\frac{3V}{\sin 2\alpha \cos \alpha}} \right]$$

- 347(A).** Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a ir su šonine siena sudaro kampą α . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{a^3 \sin \alpha}{24 \sqrt{\cos(\alpha + 30^\circ) \cos(\alpha - 30^\circ)}} \right]$$

- 348(A).** Taisyklingosios trikampės piramidės plokščiasis kampas prie viršūnės lygus 60° , apie šoninę sieną apibrėžto apskritimo spindulys lygus R . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{R^3}{4} \sqrt{6} \right]$$

- 349(A).** Taisyklingosios keturkampės piramidės plokščiasis viršūnės kampas lygus 60° , į šoninę sieną įbrėžto apskritimo spindulys lygus r . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[4r^3 \sqrt{6} \right]$$

- 350(A).** Trikampės piramidės pagrindas yra lygiašonis statusis trikampis, kurio statinis lygus 1. Visos šoninės briaunos lygios, šoninės sienos – lygiaplotės. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{12} \right]$$

- 351(A).** Taisyklingosios trikampės piramidės šoninė briauna su pagrindo plokštuma sudaro 30° kampą, jos atstumas iki priešingos kraštinės vidurio lygus 6. Raskite piramidės tūrį.

$$[128]$$

- 352(A).** Piramidės pagrindas yra lygiašonis trikampis, kurio šoninė kraštinė lygi 7 cm, pagrindas – 6 cm. Piramidės viršūnė vienodai nutolusi nuo visų pagrindo kraštinių, to atstumo

santykis su piramidės aukštine yra 5:4. Raskite piramidės tūrį.

$$[16 \text{ cm}^3]$$

- 353(A). Taisyklingosios trikampės piramidės šoninės sienos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampu α ir nutolusios nuo priešingų pagrindo viršūnių atstumu d . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{\sqrt{3}d^3}{27 \sin^2 \alpha \cos \alpha} \right]$$

- 354(A). Trikampės piramidės dvi šoninės sienos yra lygiašoniai statieji trikampiai, kurių įžambinės lygios b . Kampas tarp tų įžambinių lygus α . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{3} b^3 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\cos \alpha} \right]$$

- 355(A). Piramidės pagrindas yra statusis trikampis, kurio įžambinė c ir smailusis kampas α . Per įžambinę einanti šoninė siena statmena pagrindo plokštumai, kitos šoninės sienos su pagrindo plokštuma sudaro kampą β . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{\sqrt{2}c^3 \sin^2 2\alpha \operatorname{tg} \beta}{48 \sin(45^\circ + \alpha)} \right]$$

- 356(A). Keturkampės piramidės pagrindas yra stačiakampis, kurio įstrižainė lygi b , kampas tarp įstrižainių – α . Kiekviena šoninė briauna su pagrindo plokštuma sudaro kampą β . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{12} b^3 \sin \alpha \operatorname{tg} \beta \right]$$

- 357(A). Piramidės pagrindas yra stačiakampis. Viena šoninė siena statmena pagrindo plokštumai ir yra lygiašonis trikampis, prieš ją esančios šoninės sienos briaunos lygios b , viena su kita sudaro kampą 2α , su pirma šonine siena – kampą α . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{2}{3} b^3 \sin^2 \alpha \sqrt{\cos 2\alpha} \right]$$

- 358(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės $SABCD$ briaunos CB tęsinyje pažymėtas taškas M ; $MB = \frac{1}{2}BC$ ($MC = \frac{2}{3}BC$). Per tašką M bei briaunų AB ir SC vidurio taškus einanti plokštuma piramidę dalija į dvi dalis. Koks tų dalių tūrių santykis?

$$[1:1]$$

- 359(A).** Keturkampės piramidės $OABCE$ pagrindas yra stačiakampis $ABCE$. Aukštinė, nuleista iš viršūnės O į pagrindo plokštumą, eina per pagrindo įstrižainių susikirtimo tašką. Plokštieji kampai AOB ir BOC lygūs α ir φ . Piramidės aukštinė lygi H . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{4}{3} H^3 \frac{\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{\alpha+\varphi}{2} \cos \frac{\alpha-\varphi}{2}} \right]$$

- 360(A).** Keturkampės piramidės $OABCE$ pagrindas yra rombas, aukštinė eina per pagrindo įstrižainių susikirtimo tašką. Dvisieniai kampai prie briaunų OA ir OC lygūs α , dvisieniai kampai prie briaunų OB ir OE – β . Piramidės aukštinė lygi H . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[-\frac{2}{3} H^3 \frac{\cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}} \right]$$

- 361(A).** Taisyklingoji keturkampė piramidė $SABCD$ perkirsta per pagrindo kraštinių AB ir AD vidurio taškus einančia plokštuma, lygiagrečia šoninei briaunai SA . Piramidės pagrindo kraštinė lygi a , šoninė briauna – b . Raskite gauto pjūvio plotą.

$$\left[\frac{5ab}{8\sqrt{2}} \right]$$

- 362(A).** Iš taisyklingosios keturkampės piramidės viršūnės S nuleistas statmuo SB į pagrindo plokštumą. Iš atkarpos SB vidurio taško nuleistas statmuo OM į šoninę briauną ir statmuo OK į šoninę sieną; $OM = h$, $OK = b$. Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{b^3 h^3}{(h^2 - b^2) \sqrt{2h^2 - b^2}} \right]$$

- 363(A).** Per taisyklingosios keturkampės piramidės $SABCD$ pagrindo viršūnes A , B ir briaunos SC vidurio tašką einanti plokštuma piramidę dalija į dvi dalis. Koks tų dalių tūrių santykis?

$$[3:5]$$

- 364(A).** Taisyklingosios trikampės piramidės šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampą α ir nutolusios nuo

priešingos pagrindo kraštinės vidurio atstumu l . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{2\sqrt{3}l^3}{27 \sin^2 \alpha \cos \alpha} \right]$$

- 365(A). Taisyklingosios trikampės piramidės šoninė siena su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Raskite šoninių sienų sudarytą dvisienį kampą.

$$\left[\arccos \left(\frac{1}{2} (1 - 3 \cos^2 \alpha) \right) \right]$$

- 366(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės tūris lygus $\frac{1}{6\sqrt{2}}$, pagrindo kraštinė lygi x ir $x \in [\frac{1}{2}; 2]$. Raskite piramidės apotemos kvadrato mažiausią ir didžiausią reikšmes.

$$\left[\frac{3}{8}, 2\frac{1}{16} \right]$$

- 367(A). Apskritimų, apibrėžtų apie taisyklingosios trikampės nupjautinės piramidės pagrindus, spinduliai lygūs 8 cm ir 2 cm. Piramidės šoninė siena pasvirusi į pagrindo plokštumą 30° kampui. Raskite nupjautinės piramidės tūrį.

$$[63 \text{ cm}^3]$$

- 368(A). Trikampės piramidės kiekviena šoninė briauna lygi 1 dm, plokštieji kampai prie viršūnės – 60° , 90° ir 120° . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{12} \sqrt{2} \text{ dm}^3 \right]$$

- 369(A). Piramidės viršūnė sutampa su viena gretasienio viršūne, pagrindas yra priešinga gretasienio siena. Įrodykite, kad piramidės tūris lygus trečdaliui gretasienio tūrio.

- 370(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės aukštinė su šonine siena sudaro kampą α , jos šoninio paviršiaus plotas lygus S . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{1}{6} S \cos \alpha \sqrt{S \sin \alpha} \right]$$

III SUKINIAI

1. Ritinys

- 371(B).** Ritinio ašiai lygiagreti plokštuma nuo pagrindo apskritimo atkerta 120° lanką. Ritinio ašis lygi 10 cm, jos atstumas nuo kertančios plokštumos – 2 cm. Raskite pjūvio plotą.
[$40\sqrt{3}$ cm²]
- 372(B).** Ritinio pagrindo ploto ir ašinio pjūvio ploto santykis yra $\pi : 4$. Raskite ašinio pjūvio įstrižainių kampą.
[90°]
- 373(B).** Ritinio ašinio pjūvio plotas lygus 10 m², pagrindo plotas – 5 m². Apskaičiuokite ritinio aukštinę.
[$\sqrt{5\pi}$ m]
- 374(B).** Ritinio ašiai lygiagreti plokštuma nuo pagrindo apskritimo atkerta 60° lanką. Ritinio sudaromoji lygi $10\sqrt{3}$ cm, atstumas nuo ritinio ašies iki kertančios plokštumos – 2 cm. Raskite pjūvio plotą.
[40 cm²]
- 375(B).** Ritinio aukštinė lygi 8 cm, spindulys – 5 cm. Ritinys perkirstas jo ašiai lygiagrečia plokštuma. Atstumas tarp tos plokštumos ir ritinio ašies lygus 3 cm. Apskaičiuokite pjūvio plotą.
[64 cm²]
- 376(B).** Ritinio aukštinė lygi 12 cm, pagrindo spindulys – 10 cm. Ritinys perkirstas jo ašiai lygiagrečia plokštuma. Gautas pjūvis yra kvadratas. Raskite atstumą tarp ritinio ašies ir pjūvio plokštumos.
[8 cm]

- 377(A). Ritinio aukštinė lygi 6 dm, pagrindo spindulys – 5 dm. Atkarpa savo galais remiasi į abiejų pagrindų apskritimus. Jos ilgis lygus 10 dm. Raskite atstumą tarp tos atkarpos ir ritinio ašies.

[3 dm]

- 378(A). Ritinio liestinė su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Atstumas nuo apatinio pagrindo centro iki lietimosi taško lygus d , pagrindo spindulys – R . Raskite atstumą nuo apatinio pagrindo centro iki liestinės.

$$\left[\sqrt{R^2 \sin^2 \alpha + d^2 \cos^2 \alpha} \right]$$

- 379(A). Ritinio spindulys lygus R , aukštinė – H , ašiai lygiagreto pjūvio plotas – S . Koku atstumu nuo ašies nutolusi pjūvio plokštuma?

$$\left[\sqrt{R^2 - \left(\frac{S}{2H} \right)^2} \right]$$

- 380(A). Ritinio spindulys lygus R , aukštinė – H . Plokštumos α ir ritinio pagrindų plokštumų susikirtimo tiesės taškuose A ir B liečia ritinio pagrindus. Apskaičiuokite atstumą AB .

$$\left[\sqrt{H^2 + 4R^2} \text{ arba } H \right]$$

2. Ritinio paviršiaus plotas

- 381(B). Ritinio ašinio pjūvio plotas lygus Q . Raskite ritinio šoninio paviršiaus plotą.

[πQ]

- 382(B). Styga, kurios ilgis a , jungia ritinio pagrindo lanko φ galus. Ritinio aukštinė lygi H . Raskite ritinio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi a}{2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \left(a + 2H \sin \frac{\varphi}{2} \right) \right]$$

- 383(B). Ritinio šoninio paviršiaus išklotinės įstrižainė su išklotinės pagrindu sudaro kampą α , įstrižainė lygi d . Raskite ritinio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{d^2 \cos \alpha (2\pi \sin \alpha + \cos \alpha)}{2\pi} \right]$$

- 384(B). Ritinio pagrindo spindulys lygus R , šoninio paviršiaus plotas lygus pagrindų plotų sumai. Raskite ritinio aukštinę.

[R]

- 385(B). Kokia turi būti ritinio aukštinė, kad jo šoninio paviršiaus plotas būtų 3 kartus didesnis už jo pagrindo plotą?

$\left[\frac{3}{2}R\right]$

- 386(B). Kiek kartų ritinio šoninio paviršiaus plotas didesnis už jo ašinio pjūvio plotą?

[π]

- 387(B). Ritinio aukštinė 10 cm ilgesnė už pagrindo spindulį, paviršiaus plotas lygus $144\pi \text{ cm}^2$. Raskite ritinio pagrindo spindulį ir aukštinę.

[4 cm, 14 cm]

- 388(B). Ritinio ašinis pjūvis yra kvadratas. Ritinio šoninio paviršiaus plotas lygus 96 dm^2 . Raskite ritinio pagrindo plotą.

[24 dm^2]

- 389(A). Ritinio šoninio paviršiaus plotas lygus 56, ašinio pjūvio įstrižainės su pagrindu sudaromo kampo tangentas lygus 2. Raskite ritinio pagrindo plotą.

[7]

- 390(A). Ritinio pagrindo plotas lygus šoninio paviršiaus plotui, ašinio pjūvio įstrižainė lygi $2\sqrt{17}$. Raskite ritinio pagrindo spindulį.

[4]

- 391(A). Kampas tarp ritinio šoninio paviršiaus išklotinės įstrižainių lygus φ , ritinio pagrindo plotas – S . Raskite ritinio šoninio paviršiaus plotą.

[$4S \operatorname{ctg} \varphi$]

- 392(A). Kvadratinė skarda, kurios įstrižainė lygi d , sudaro ritinio šoninį paviršių. Raskite ritinio pagrindo plotą.

$\left[\frac{d^2}{8\pi}\right]$

3. Ritinio tūris

- 393(B). Ritinio ašinis pjūvis yra kvadratas, kurio įstrižainė lygi 4. Raskite ritinio tūrį.

$$\left[4\pi\sqrt{2} \right]$$

- 394(B). Ritinio šoninio paviršiaus plotas lygus S , pagrindo apskritimo ilgis – C . Raskite ritinio tūrį.

$$\left[\frac{SC}{4\pi} \right]$$

- 395(B). Ritinio šoninio paviršiaus išklotinė yra kvadratas, kurio kraštinė lygi a . Raskite ritinio tūrį.

$$\left[\frac{a^3}{4\pi} \right]$$

- 396(B). Ritinio aukštinė lygi H , šoninio paviršiaus išklotinės įstrižainė su sudaromąja sudaro 60° kampą. Raskite ritinio tūrį.

$$\left[\frac{3H^3}{4\pi} \right]$$

- 397(B). Ritinio aukštinė lygi h . Jo šoninio paviršiaus išklotinės sudaromoji su išklotinės įstrižaine sudaro kampą α . Raskite ritinio tūrį.

$$\left[\frac{h^3 \operatorname{tg}^2 \alpha}{4\pi} \right]$$

- 398(B). Ritinio paviršiaus plotas lygus $105\pi \text{ cm}^2$, šoninio paviršiaus plotas – $80\pi \text{ cm}^2$. Raskite ritinio tūrį.

$$\left[100\pi\sqrt{2} \text{ cm}^3 \right]$$

- 399(B). Ritinio tūris lygus $240\pi \text{ cm}^3$, šoninio paviršiaus plotas – $120\pi \text{ cm}^2$. Raskite ritinio ašinio pjūvio įstrižainę.

$$\left[17 \text{ cm} \right]$$

- 400(B). Ritinio šoninio paviršiaus plotas lygus 12π , tūris lygus 45π . Raskite ritinio pagrindo spindulį.

$$\left[7,5 \right]$$

- 401(B). Ritinio šoninio paviršiaus išklotinė yra stačiakampis, kurio įstrižainė lygi d ir su pagrindu sudaro kampą α . Apskaičiuokite ritinio tūrį.

$$\left[\frac{d^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha}{4\pi} \right]$$

- 402(A). Ritinio ašiai lygiagretus pjūvis nuo jo ašies nutolęs atstumu d ir nuo pagrindo apskritimo atkerta α radianų lanką. Pjūvio plotas lygus S . Raskite ritinio tūrį.

$$\left[\frac{\pi d S}{\sin \alpha} \right]$$

- 403(A). Ritinio pagrindo apskritimo styga lygi 6 cm ir jungia 60° lanko galus. Per tą stygą einančio ir ritinio pagrindo plokštumai statmeno pjūvio plotas lygus 18 cm^2 . Raskite ritinio tūrį.

$$[78\pi \text{ cm}^3]$$

- 404(A). Ritinio ašinio pjūvio plotas lygus S , kampas tarp pjūvio įstrižainės ir pagrindo plokštumos lygus α . Raskite ritinio tūrį.

$$\left[\frac{\pi S \sqrt{S \operatorname{ctg} \alpha}}{4} \right]$$

- 405(A). Kampas tarp ritinio ašinio pjūvio įstrižainių lygus α , pjūvio perimetras lygus P . Raskite ritinio tūrį.

$$\left[\frac{\pi P^3 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}{32(1 + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2})^3} \text{ arba } \frac{\pi P^3 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{32(1 + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2})^3} \right]$$

- 406(A). Ritinio ašinio pjūvio plotas lygus 24 m^2 , ritinio aukštinės ir pagrindo skersmens santykis yra 3:2. Apskaičiuokite ritinio tūrį.

$$[24\pi \text{ cm}^3]$$

- 407(A). Ritinio tūris lygus V . Koks turi būti ritinio pagrindo spindulys, kad ritinio paviršiaus plotas būtų mažiausias?

$$\left[\sqrt[3]{\frac{2V}{\pi}} \right]$$

- 408(A). Ritinys perkirstas jo ašiai lygiagrečia plokštuma, kuri nutolusi nuo ašies atstumu d ir nuo pagrindo apskritimo atkerta lanką α . Pjūvio įstrižainė lygi l . Raskite ritinio tūrį.

$$\left[\frac{\pi d^2}{\cos^2 \alpha} \sqrt{l^2 - 4d^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} \right]$$

- 409(A). Ritinio paviršiaus plotas lygus $54\pi \text{ cm}^2$, jo spindulys lygus $R \text{ cm}$, kur $R \in [2; 4]$. Raskite didžiausią ritinio tūrio reikšmę.

$$[54\pi \text{ cm}^3, \text{ kai } R = 3 \text{ cm}]$$

- 410(A). Ritinio aukštinė lygi 5 cm. Aukštinę padidinus 4 cm, ritinio tūris padidėja $36\pi \text{ cm}^3$. Raskite ritinio šoninio paviršiaus plotą.

$$[30\pi \text{ cm}^2]$$

4. Ritinys ir prizmė

- 411(A). Į ritinį įbrėžtos prizmės pagrindas yra lygiašonis trikampis, kurio šoninė kraštinė lygi b , bukasis kampas – α . Prizmės didesniosios šoninės sienos įstrižainė lygi l . Raskite ritinio tūrį.

$$\left[\frac{\pi b^2 \sqrt{l^2 - 4b^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}{4 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} \right]$$

- 412(A). Stačiosios prizmės pagrindas yra rombas, kurio smailusis kampas lygus α , mažesnioji įstrižainė – d . Per tą įstrižainę ir kito prizmės pagrindo viršūnę einanti plokštuma pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu β . Raskite į prizmę įbrėžto ritinio tūrį.

$$\left[\frac{\pi d^3 \cos^3 \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \beta}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \right]$$

- 413(A). Ritinio ašinio pjūvio plotas lygus 24 m^2 , ritinio aukštinės ir pagrindo skersmens santykis yra 3:2. Apskaičiuokite ritinio tūrį ir į ritinį įbrėžtos taisyklingosios keturkampės prizmės tūrį.

$$[24\pi \text{ m}^3, 48 \text{ m}^3]$$

- 414(A). Ritinio ašinio pjūvio įstrižainė lygi $2c$, ji su pagrindo plokštuma sudaro kampą β . Raskite ritinio šoninio paviršiaus plotą ir į ritinį įbrėžtos taisyklingosios trikampės prizmės tūrį.

$$\left[2\pi c^2 \sin 2\beta, \frac{3\sqrt{3}c^3 \sin 2\beta \cos \beta}{4} \right]$$

- 415(A). Ritinio ašinio pjūvio perimetras lygus 28 m, pagrindo skersmens ir aukštinės santykis yra 4:3. Apskaičiuokite ritinio tūrį ir į ritinį įbrėžto gretasienio, kurio pagrindo įstrižainės susikerta 30° kampų, tūrį.

$$[96\pi \text{ m}^3, 96 \text{ m}^3]$$

- 416(A). Ritinio ašinio pjūvio įstrižainė lygi $2a$ ir su sudaromąja sudaro kampą α . Raskite ritinio šoninio paviršiaus plotą ir į ritinį įbrėžtos taisyklingosios šešiakampės prizmės tūrį.

$$\left[2\pi a^2 \sin 2\alpha, \frac{3}{2}a^3 \sqrt{3} \sin \alpha \sin 2\alpha \right]$$

- 417(A). Į ritinį įbrėžta taisyklingoji trikampė prizmė, kurios pagrindo kraštinė lygi a . Prizmės šoninės sienos įstrižainė su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Raskite ritinio šoninio paviršiaus plotą ir tūrį.

$$\left[\frac{2\pi a^2 \sqrt{3} \lg \alpha}{3}, \frac{\pi a^3 \lg \alpha}{3} \right]$$

- 418(A). Į ritinį įbrėžta prizmė, kurios pagrindas – kvadratas. Tos prizmės įstrižainė lygi a ir pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α . Raskite ritinio šoninio paviršiaus plotą ir tūrį.

$$\left[\frac{\pi a^2 \sin 2\alpha}{2}, \frac{\pi a^3 \cos \alpha \sin 2\alpha}{8} \right]$$

- 419(A). Į ritinį įbrėžta taisyklingoji šešiakampė prizmė. Jos šoninės sienos įstrižainė lygi m ir su ritinio sudaromąja sudaro kampą α . Raskite ritinio šoninio paviršiaus plotą ir tūrį.

$$\left[\pi m^2 \sin 2\alpha, \pi m^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha \right]$$

- 420(A). Į ritinį įbrėžta prizmė, kurios pagrindas yra statusis trikampis. Jo statinis lygus a , prieš jį esantis kampas – α . Šoninės sienos, einančios per tą statinį, įstrižainė pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α . Raskite ritinio šoninio paviršiaus plotą ir tūrį.

$$\left[\frac{\pi a^2}{\cos \alpha}, \frac{\pi a^3}{2 \sin 2\alpha} \right]$$

- 421(A). Į ritinį įbrėžta prizmė, kurios pagrindas – lygiašonis trikampis ABC ; $\angle A = \alpha$, $AB = AC$, $BC = 2a$. Ritinio aukštinė lygi b . Raskite ritinio tūrį, šoninio paviršiaus plotą ir prizmės tūrį.

$$\left[\frac{\pi a^2 b}{\sin^2 \alpha}, \frac{2\pi ab}{\sin \alpha}, a^2 b \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \right]$$

- 422(A). Į ritinį įbrėžta prizmė, kurios pagrindas – statusis trikampis. Jo vienas kampas lygus 30° , prieš jį esantis statinis – 2 m. Per tą statinį einančios sienos įstrižainė pasvirusi į pagrindo plokštumą 45° kampu. Raskite ritinio tūrį, šoninio paviršiaus plotą ir prizmės tūrį.

$$\left[8\pi \text{ m}^3, 8\pi \text{ m}^2, 4\sqrt{3} \text{ m}^3 \right]$$

- 423(A). Į ritinį įbrėžta prizmė. Jos pagrindas – trikampis ABC , kurio $AB = a$, $AC = 2a$, $\angle A = 120^\circ$. Ritinio ašinio pjūvio įstrižainė su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Raskite ritinio tūrį, šoninio paviršiaus plotą ir prizmės tūrį.

$$\left[\frac{14\pi a^3 \sqrt{7}}{3\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha, \frac{28\pi a^2 \operatorname{tg} \alpha}{3}, a^3 \sqrt{7} \operatorname{tg} \alpha \right]$$

- 424(A). Į ritinį įbrėžtas gretasienis $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Jo pagrindo įstrižainės kertasi smailiuoju kampu 2α ; $\angle BDB_1 = \alpha$. Mažesnioji gretasienio pagrindo briauna lygi $2a$. Raskite ritinio tūrį ir šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{4\pi a^3}{\sin \alpha \sin 2\alpha}, \frac{8\pi a^2}{\sin 2\alpha} \right]$$

- 425(A). Į ritinį įbrėžta prizmė. Jos pagrindas – lygiašonė trapezija, kurios vienas kampas lygus 120° , o kiekviena iš trijų kraštinių – 3 m. Prizmės aukštinė lygi ritinio pagrindo spinduliui. Apskaičiuokite ritinio tūrį, šoninio paviršiaus plotą ir prizmės tūrį.

$$\left[27\pi \text{ m}^3, 18\pi \text{ m}^2, \frac{81\sqrt{3}}{4} \text{ m}^3 \right]$$

- 426(A). Į ritinį įbrėžta trikampė piramidė, kurios pagrindas – taisyklingasis trikampis ABC . Sienos MAB ir MAC statmenos pagrindo plokštumai, trečioji siena su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Piramidės aukštinė lygi a . Raskite ritinio tūrį, šoninio paviršiaus plotą ir piramidės tūrį.

$$\left[\frac{4\pi a^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{9}, \frac{4\pi a^2 \operatorname{ctg} \alpha}{3}, \frac{a^3 \sqrt{3} \operatorname{ctg}^2 \alpha}{9} \right]$$

- 427(A). Į ritinį įbrėžta šešiakampė piramidė $MABCDEF$. Sienos MED ir MDC statmenos pagrindo plokštumai, siena AFM pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α . Piramidės aukštinė lygi a . Raskite ritinio tūrį ir šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi a^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{3}, \frac{2\pi a^2 \operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{3}} \right]$$

- 428(A). Taisyklingosios trikampės prizmės pagrindo kraštinė lygi a , šoninės sienos įstrižainė su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Raskite į prizmę įbrėžto ritinio tūrį.

$$\left[\frac{\pi}{12} a^3 \operatorname{tg} \alpha \right]$$

- 429(A). Į ritinį įbrėžta taisyklingoji šešiakampė prizmė. Jos šoninės sienos įstrižainė lygi d ir su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Raskite ritinio paviršiaus plotą.

$$[2\sqrt{2}\pi d^2 \cos \alpha \cos(45^\circ - \alpha)]$$

- 430(A). Į statųjį gretasienį įbrėžtas ritinys. Ritinio tūris du kartus mažesnis už gretasienio tūrį. Raskite dvisienius kampus prie gretasienio šoninių briaunų.

$$\left[\arcsin \frac{2}{\pi}, \pi - \arcsin \frac{2}{\pi} \right]$$

- 431(A). Stačiosios prizmės tūris lygus V . Jos pagrindas yra statusis trikampis, kurio smailusis kampas lygus β , prieš jį esantis statinis – b . Raskite apie prizmę apibrėžto ritinio šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{2\pi V}{b \cos \beta} \right]$$

- 432(A). Trikampės prizmės aukštinė lygi H . Jos pagrindo du kampai lygūs α ir β , iš trečio kampo viršūnės nuleista aukštinė lygi h . Raskite apie prizmę apibrėžto ritinio tūrį ir prizmės šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi h^2 H}{4 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}, \frac{h H \sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}} \right]$$

- 433(A). Į ritinį įbrėžtas gretasienis. Jo įstrižainė su didesniąja šonine siena sudaro kampą φ , su pagrindo plokštuma – kampą α , didesnioji pagrindo kraštinė lygi a . Raskite ritinio tūrį.

$$\left[\frac{\pi a^3 \sin 2\alpha \cos \alpha}{8(\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta))^{3/2}} \right]$$

- 434(A). Į gretasienį įbrėžtas ritinys. Jo tūris m kartų mažesnis už gretasienio tūrį. Raskite dvisienius kampus prie gretasienio šoninių briaunų.

$$\left[\arcsin \frac{4}{\pi m}, \pi - \arcsin \frac{4}{\pi m} \right]$$

- 435(A). Į ritinį įbrėžtos prizmės pagrindas yra lygiašonis trikampis, kurio kampas lygus 120° , šoninė kraštinė – $\sqrt{3}$. Didesniosios šoninės sienos įstrižainė lygi 5. Raskite ritinio tūrį.

$$[12\pi]$$

- 436(A). Stačiosios prizmės pagrindas yra rombas, kurio kampas lygus 60° , mažesnioji įstrižainė – 2. Plokštuma, einanti per tą įstrižainę ir kito prizmės pagrindo viršūnę, pasvirusi į pagrindo plokštumą 45° kampu. Raskite į prizmę įbrėžto ritinio tūrį.

$$\left[\frac{3\sqrt{3}\pi}{4} \right]$$

5. Kūgis

- 437(B). Kūgio aukštinė lygi H . Kokiu atstumu nuo kūgio viršūnės reikia perkirsti kūgį jo pagrindo plokštumai lygiagrečia plokštuma, norint, kad pjūvio plotas būtų lygus pusei pagrindo ploto?

$$\left[\frac{H\sqrt{2}}{2} \right]$$

- 438(B). Kūgio pagrindo spindulys lygus R . Kūgis perkirstas pagrindo plokštumai lygiagrečia plokštuma, einančia per aukštinės vidurio tašką. Raskite gauto pjūvio plotą.

$$\left[\frac{1}{4}\pi R^2 \right]$$

- 439(B). Kūgio aukštinė lygi 20, jo pagrindo spindulys – 25. Kūgis perkirstas per jo viršūnę einančia plokštuma. Raskite gauto pjūvio plotą, kai pjūvio atstumas nuo kūgio pagrindo centro lygus 12.

$$[500]$$

- 440(B). Kūgio aukštinė lygi H , kampas tarp aukštinės ir sudaromosios – 60° . Raskite per dvi viena kitai statmenas sudaromasias einančio pjūvio plotą.

$$[2H^2]$$

- 441(B). Kūgio ašinis pjūvis – statusis trikampis. Kūgio pagrindo spindulys lygus 5 cm. Apskaičiuokite kūgio ašinio pjūvio plotą.

$$[25 \text{ cm}^2]$$

- 442(B). Kūgio sudaromoji lygi l , ašinio pjūvio kampas prie viršūnės – φ . Raskite kūgio pagrindo plotą.

$$\left[\pi l^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right]$$

- 443(B). Kūgio pagrindo plotas lygus Q , sudaromoji – l . Raskite kūgio ašinio pjūvio plotą.

$$\left[\sqrt{\frac{Q}{\pi} \left(l^2 - \frac{Q}{\pi} \right)} \right]$$

- 444(B). Per kūgio viršūnę eina plokštuma, kuri nuo pagrindo apskritimo atkerta 90° lanką. Kūgio aukštinė lygi pagrindo spinduliui. Raskite kūgio pjūvio plotą.

$$\left[\frac{R^2 \sqrt{3}}{2} \right]$$

- 445(B). Per kūgio viršūnę einanti plokštuma su pagrindo plokštuma sudaro 45° kampą ir atkerta ketvirtį pagrindo apskritimo. Kūgio aukštinė lygi 10 cm. Raskite gauto pjūvio plotą.

$$[100\sqrt{2}]$$

- 446(A). Kūgio pagrindo spindulys lygus R , sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α . Kūgis perkirstas per viršūnę einančia plokštuma, kuri su pagrindo plokštuma sudaro kampą φ . Raskite gauto pjūvio plotą.

$$\left[\frac{R^2 \operatorname{tg} \alpha}{\cos \alpha \sin^2 \varphi} \sqrt{\sin(\varphi + \alpha) \sin(\varphi - \alpha)} \right]$$

- 447(A). Kūgio pagrindo spindulys lygus R , sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α . Kūgis perkirstas per viršūnę einančia plokštuma, kuri su kūgio aukštine sudaro kampą φ . Raskite gauto pjūvio plotą.

$$\left[\frac{R^2 \operatorname{tg} \alpha}{\cos \alpha \cos^2 \varphi} \sqrt{\cos(\varphi + \alpha) \cos(\varphi - \alpha)} \right]$$

- 448(A). Per dvi kūgio sudaromasias, kurios sudaro kampą φ , einanti kūgio pjūvio plokštuma pasvirusi į jo pagrindo plokštumą kampu α . Gauto pjūvio plotas lygus S . Raskite kūgio aukštinę.

$$\left[\sin \alpha \sqrt{S \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}} \right]$$

- 449(A). Kūgio ašinio pjūvio plotas lygus S . Kūgio pagrindo plokštumai lygiagretaus pjūvio, einančio per aukštinės vidurį, plotas lygus Q . Raskite kampą tarp kūgio sudaromosios ir pagrindo plokštumos.

$$\left[\operatorname{arctg} \frac{S\pi}{4Q} \right]$$

- 450(A).** Kampas tarp kūgio sudaromosios ir jo aukštinės lygus $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$. Kūgis perkirstas per dvi jo sudaromąsias einančia plokštuma. Kampas tarp kūgio aukštinės ir pjūvio plokštumos lygus kampui tarp tų sudaromųjų. Įrodykite, kad tas kampas lygus 60° .
- 451(A).** Vieno kūgio viršūnė yra kito kūgio pagrindo centras. Didžiausias kampas tarp pirmo kūgio sudaromųjų lygus 60° , tarp antro kūgio sudaromųjų – 90° . Kūgio aukštinė lygi 3 m. Apskaičiuokite kreivės, kuria kertasi tie kūgiai, ilgį.
 $[3\pi(\sqrt{3} - 1) \text{ m}]$
- 452(A).** Kūgio pagrindo ir ašinio pjūvio plotų santykis lygus π . Kokių kampu kūgio sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą?
 $[45^\circ]$
- 453(A).** Kūgio pagrindo spindulys lygus $\frac{5}{\sqrt{\pi}}$. Kūgis perkirstas per jo aukštinės vidurį einančia ir pagrindo plokštumai lygiagrečia plokštuma. Raskite gauto pjūvio plotą.
 $[6,25]$

6. Kūgio paviršiaus plotas ir tūris

- 454(B).** Kūgio šoninio paviršiaus plotas lygus S , sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α . Kūgio pagrindui lygiagrečiai plokštuma kūgį dalija į dvi lygiatūres dalis. Raskite atstumą nuo kūgio viršūnės iki tos plokštumos.

$$\left[\frac{\sin \alpha}{\sqrt[3]{2}} \sqrt{\frac{S}{\pi \sin \alpha}} \right]$$

- 455(B).** Kūgio sudaromoji d vienetų ilgesnė už aukštinę. Kampas tarp kūgio sudaromosios ir aukštinės lygus φ . Raskite kūgio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi d^2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \cos \frac{\varphi}{2}}{\sin^3 \frac{\varphi}{2}} \right]$$

- 456(B). Kūgio pagrindo ploto ir šoninio paviršiaus ploto santykis lygus m , sudaromoji – l . Raskite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{\pi}{3} l^3 m^2 \sqrt{1 - m^2} \right]$$

- 457(B). Kūgio sudaromosios ir jo aukštinės skirtumas lygus 3, kampas tarp jų – 60° . Raskite kūgio tūrį, laikydami, kad $\pi = 3,14$.

$$[84,78]$$

- 458(B). Kūgio aukštinė lygi 12 cm, ašinio pjūvio perimetras – 36 cm. Raskite kūgio tūrį.

$$[100\pi \text{ cm}^3]$$

- 459(B). Kūgio aukštinės ir sudaromosios santykis yra 35:37, šoninio paviršiaus plotas lygus $444\pi \text{ cm}^2$. Raskite kūgio tūrį.

$$[1680\pi \text{ cm}^3]$$

- 460(B). Kūgis perkirstas per dvi jo sudaromąsias einančia plokštumą. Kampas tarp tų sudaromųjų lygus α , gauto pjūvio plotas – S . Kūgio pagrindo plotas lygus Q . Raskite kūgio šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\sqrt{\frac{2\pi S Q}{\sin \alpha}} \right]$$

- 461(B). Kūgio ašinio pjūvio kampas prie viršūnės lygus α , pagrindo plotas – Q . Raskite kūgio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{2Q \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{4} \right)}{\sin \frac{\alpha}{2}} \right]$$

- 462(B). Kūgio sudaromosios ir aukštinės skirtumas lygus a , sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampui α . Raskite kūgio tūrį ir paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi a^3}{3} \operatorname{tg}^3 \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \operatorname{tg} \alpha, \frac{\pi a^2 \cos \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \sin^4 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)} \right]$$

- 463(B). Kūgio šoninio paviršiaus plotas lygus S , paviršiaus plotas – P . Raskite kampą tarp kūgio sudaromosios ir aukštinės.

$$\left[\arcsin \frac{P-S}{S} \right]$$

- 464(B). Kūgio ašinio pjūvio kampas prie viršūnės lygus 90° , plotas – 18 cm^2 . Raskite kūgio tūrį.

$$[18\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3]$$

- 465(B). Kūgio sudaromoji lygi 6 cm ir su pagrindo plokštuma sudaro 45° kampą. Raskite kūgio tūrį.

$$[\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3]$$

- 466(B). Kūgio ašinis pjūvis – taisyklingasis trikampis, kurio kraštinė lygi 6 cm . Raskite kūgio tūrį.

$$[9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3]$$

- 467(B). Kūgio pagrindo skersmuo lygus 6 cm , kampas tarp sudaromosios ir pagrindo plokštumos – 30° . Raskite kūgio tūrį.

$$[3\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3]$$

- 468(B). Kūgio aukštinė lygi H , sudaromoji pasvirusi į pagrindą kampu α . Raskite kūgio tūrį ir šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi H^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{3}, \frac{\pi H^2 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \right]$$

- 469(B). Kūgio sudaromoji lygi a ir pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu β . Raskite kūgio tūrį ir šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi a^3 \cos \beta \sin 2\beta}{6}, \pi a^2 \cos \beta \right]$$

- 470(B). Kūgio ašinio pjūvio viršūnės kampas lygus 2β , sudaromoji – c . Raskite kūgio šoninio paviršiaus plotą ir tūrį.

$$\left[\pi c^2 \sin \beta, \frac{\pi c^3 \sin 2\beta \sin \beta}{6} \right]$$

- 471(B). Kūgio sudaromoji lygi l ir su pagrindo plokštuma sudaro 60° kampą. Raskite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{\pi l^3}{8\sqrt{3}} \right]$$

- 472(B). Kūgio tūris lygus 240π , ašinio pjūvio plotas – 60 . Raskite kūgio sudaromąją.

$$[13]$$

- 473(A). Kūgio pagrindo apskritimo styga lygi m ir jungia 90° lanko galus. Plokštuma, kuri eina per tą stygą ir kūgio viršūnę, su pagrindo plokštuma sudaro kampą φ . Raskite kūgio šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi m^2}{2} \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{2} + 1} \right]$$

- 474(A). Kūgio pagrindo apskritimo styga yra nutolusi nuo centro atstumu d ir jungia 120° lanko galus. Plokštuma, einanti per tą stygą ir kūgio viršūnę, su pagrindo plokštuma sudaro kampą β . Raskite kūgio paviršiaus plotą.

$$\left[2\pi d^2 \left(2 + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta + 4} \right) \right]$$

- 475(A). Kūgio tūris lygus 96π , jo aukštinės ir sudaromosios santykis – 0,8. Raskite kūgio aukštinę.

[8]

- 476(A). Kūgio ašinio pjūvio kampas prie viršūnės lygus 2α , sudaromosios ir aukštinės suma – m . Raskite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{\pi m^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{24 \cos^6 \frac{\alpha}{2}} \right]$$

- 477(A). Kūgio tūris lygus 40π , sudaromosios ir aukštinės kampo kosinusas – $\frac{5}{7}$. Raskite kūgio sudaromąją.

[7]

- 478(A). Kūgio tūris lygus 240π , sudaromosios ir pagrindo plokštumos kampo tangentas – $\frac{5}{12}$. Raskite kūgio ašinio pjūvio plotą.

[60]

- 479(A). Kūgio šoninio paviršiaus plotas lygus 18, atstumas nuo pagrindo centro iki sudaromosios – 6. Raskite kūgio tūrį.

[36]

- 480(A). Kūgio šoninio paviršiaus plotas lygus dvigubam pagrindo plotui, ašinio pjūvio plotas lygus $\sqrt{3}$. Apskaičiuokite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{\pi \sqrt{3}}{3} \right]$$

- 481(A). Kūgio sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α , jo paviršiaus plotas lygus S . Apskaičiuokite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{3 \cos \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S^3 \cos \alpha}{2\pi}} \right]$$

- 482(A). Kūgio tūris lygus 81. Kūgio aukštinė padalyta į tris lygias dalis. Per dalijimo taškus einančios pagrindo plokštumai

lygiagrečios plokštumos dalija kūgį į tris dalis. Raskite vidurinėsios kūgio dalies tūrį.

[21]

- 483(A). Reikia pagaminti kūgio formos detalę, kurios sudaromoji lygi 20 cm. Koks turi būti detalės aukštis, kad jos tūris būtų didžiausias?

$$\left[\frac{20\sqrt{3}}{3} \right]$$

7. Kūgis ir piramidė

- 484(A). Į kūgį įbrėžta taisyklingoji trikampė piramidė. Jos sienos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampų α . Kūgio sudaromoji lygi a . Raskite kūgio tūrį ir šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{4\pi a^3 \operatorname{tg} \alpha}{3(4+\operatorname{tg}^2 \alpha)\sqrt{4+\operatorname{tg}^2 \alpha}}, \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{\sqrt{4+\operatorname{tg}^2 \alpha}} \right]$$

- 485(A). Į kūgį įbrėžta taisyklingoji keturkampė piramidė. Jos šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampų α . Piramidės apotema lygi a . Raskite kūgio tūrį ir šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi a^3 \sqrt{2} \sin 2\alpha}{3(1+\sin^2 \alpha)\sqrt{1+\sin^2 \alpha}}, \frac{2\pi a^2 \cos \alpha}{1+\sin^2 \alpha} \right]$$

- 486(A). Į kūgį, kurio sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampų α , įbrėžta taisyklingoji trikampė piramidė. Kūgio pagrindo spindulys lygus a . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{a^3 \sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha}{4} \right]$$

- 487(A). Į kūgį, kurio sudaromoji pasvirusi į pagrindą 60° kampų, įbrėžta taisyklingoji trikampė piramidė. Kūgio pagrindo spindulys lygus a . Raskite piramidės tūrį.

$$[0,75a^3]$$

- 488(A). Į kūgį, kurio sudaromoji pasvirusi į pagrindą 45° kampų, įbrėžta taisyklingoji keturkampė piramidė. Kūgio pagrindo spindulys lygus a . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{2}{3}a^3 \right]$$

- 489(A). Piramidės pagrindas – statusis trikampis, kurio statiniai 3 m ir 4 m. Į piramidę įbrėžtas kūgis. Jo sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampų α . Raskite piramidės tūrį.

$$[2 \operatorname{tg} \alpha \text{ m}^3]$$

- 490(A). Piramidės pagrindas – rombas, kurio kraštinė lygi $2a$, smailusis kampas – α . Į piramidę įbrėžtas kūgis. Jo sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampų α . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{4}{3} a^3 \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha \right]$$

- 491(A). Į kūgį įbrėžtos piramidės pagrindas yra stačiakampis, kurio mažesnioji kraštinė lygi a , kampas tarp įstrižainių – α . Šoninė siena, kuri eina per pagrindo mažesniąją kraštinę, pasvirusi į pagrindo plokštumą kampų φ . Raskite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{\pi a^3 \cos \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \varphi}{24 \sin^3 \frac{\alpha}{2}} \right]$$

- 492(A). Į kūgį įbrėžta taisyklingoji keturkampė piramidė. Jos apotema lygi 2 ir pasvirusi į pagrindo plokštumą 60° kampų. Apskaičiuokite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{2\pi\sqrt{3}}{3} \right]$$

- 493(A). Į taisyklingąją trikampę piramidę įbrėžtas kūgis. Kūgio sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą 45° kampų. Kūgio aukštinė lygi 1. Apskaičiuokite piramidės tūrį.

$$[\sqrt{3}]$$

- 494(A). Į kūgį įbrėžta taisyklingoji trikampė piramidė. Jos apotema lygi 4, šoninė siena pasvirusi į pagrindo plokštumą 60° kampų. Raskite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{32\pi\sqrt{3}}{3} \right]$$

- 495(A). Į taisyklingąją keturkampę piramidę įbrėžtas kūgis. Piramidės šoninė briauna lygi 2 ir pasvirusi į pagrindo plokštumą 30° kampų. Raskite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{\pi}{2} \right]$$

- 496(A). Į kūgį įbrėžta taisyklingoji keturkampė piramidė. Jos šoninė siena pasvirusi į pagrindo plokštumą kampų α . Kūgio aukštinė lygi a . Raskite kūgio šoninio paviršiaus plotą ir piramidės tūrį.

$$\left[\pi \sqrt{2} a^2 \operatorname{ctg} \alpha \sqrt{1 + 2 \operatorname{ctg}^2 \alpha}, \frac{4a^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{3} \right]$$

- 497(A). Piramidės pagrindas – trikampis, kurio kraštinės lygios 5 m, 12 m ir 13 m. Piramidės šoninės sienos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampų α . Raskite piramidės ir į ją įbrėžto kūgio tūrius ir šoninių paviršių plotus.

$$\left[20 \operatorname{tg} \alpha \text{ m}^3, \frac{8\pi \operatorname{tg} \alpha}{3} \text{ m}^3, \frac{30}{\cos \alpha} \text{ m}^2, \frac{4\pi}{\cos \alpha} \text{ m}^2 \right]$$

- 498(A). Į taisyklingąją trikampę piramidę įbrėžtas kūgis. Jo pagrindo spindulys lygus a . Piramidės dvisienis kampas prie pagrindo kraštinės lygus α . Raskite piramidės ir kūgio tūrius, piramidės pjūvio, gauto perkirtus jų aukštinei statmena plokštuma, dalijančia aukštinę santykiu 4:5 (pradedant nuo viršūnės), plotą.

$$\left[3a^3 \sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha, \frac{\pi a^3 \operatorname{tg} \alpha}{3}, \frac{16a^2 \sqrt{3}}{27} \right]$$

- 499(A). Taisyklingoji trikampė piramidė, kurios aukštinė lygi a , įbrėžta į kūgį. Piramidės šoninės sienos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampų α . Raskite piramidės ir kūgio tūrius, piramidės pjūvio, lygiagreto pagrindui ir dalijančio aukštinę santykiu 3:5 (pradedant nuo viršūnės), plotą.

$$\left[\frac{a^3 \sqrt{3} \operatorname{ctg}^2 \alpha}{4}, \frac{\pi a^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{3}, \frac{27a^2 \sqrt{3} \operatorname{ctg}^2 \alpha}{256} \right]$$

- 500(A). Į kūgį įbrėžta taisyklingoji keturkampė nupjautinė piramidė. Jos apatinis pagrindas įbrėžtas į kūgio pagrindą. Apatinio pagrindo plotas lygus 18 m^2 , viršutinio pagrindo plotas – 9 kartus mažesnis. Kūgio sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą 45° kampų. Raskite kūgio aukštinę ir nupjautinės piramidės tūrį.

$$\left[3 \text{ m}, \frac{52}{3} \text{ m}^3 \right]$$

- 501(A). Į taisyklingąją nupjautinę trikampę piramidę įbrėžtas nupjautinis kūgis. Apie piramidės pagrindus apibrėžtų apskritimų spinduliai lygūs 2 m ir 8 m. Piramidės šoninė briauna

lygi $2\sqrt{13}$ m. Raskite nupjautinės piramidės aukštinę ir nupjautinio kūgio tūrį.

$$[4 \text{ m}, 28\pi \text{ m}^3]$$

- 502(A). Į kūgį įbrėžta taisyklingoji nupjautinė trikampė piramidė. Jos apatinis pagrindas įbrėžtas į kūgio pagrindą. Apatinio pagrindo plotas 4 kartus didesnis už viršutinio pagrindo plotą. Kūgio aukštinė lygi 8 m, sudaromoji – 10 m. Raskite nupjautinės piramidės aukštinę ir tūrį.

$$[4 \text{ m}, 63\sqrt{3} \text{ m}^3]$$

- 503(A). Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės apatinio pagrindo briauna lygi 12 m, viršutinio – 2 m, apotema – 13 m. Į piramidę įbrėžtas nupjautinis kūgis. Raskite nupjautinio kūgio tūrį.

$$[172\pi \text{ m}^3]$$

- 504(A). Į nupjautinį kūgį įbrėžta taisyklingoji trikampė nupjautinė piramidė. Jos pagrindų kraštinių ilgiai lygūs a ir $2a$, šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampų α . Raskite nupjautinio kūgio šoninio paviršiaus plotą ir tūrį.

$$\left[\frac{\pi a^2}{\cos \alpha}, \frac{7\pi a^3 \sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha}{27} \right]$$

- 505(A). Į nupjautinį kūgį įbrėžta taisyklingoji keturkampė nupjautinė piramidė. Jos pagrindų kraštinių ilgiai lygūs a ir $3a$, šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampų α . Raskite nupjautinio kūgio šoninio paviršiaus plotą ir tūrį.

$$\left[\frac{13\pi a^3 \sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha}{6}, \frac{4\pi a^2}{\cos \alpha} \right]$$

- 506(A). Į kūgį įbrėžta piramidė. Jos pagrindas – statusis trikampis, kurio įžambinė lygi c , smailusis kampas – α . Piramidės šoninė siena, einanti per prieš duotą kampą esantį statinį, pasvirusi į pagrindo plokštumą kampų β . Raskite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{\pi c^3 \cos \alpha \operatorname{tg} \beta}{24} \right]$$

- 507(A). Į kūgį įbrėžta piramidė $SABC$. Jos pagrindas – trikampis ABC , kurio $AB = AC$, $BC = a$, $\angle CAB = \alpha$. Šoninė siena SCB pasvirusi į pagrindo plokštumą kampų β . Raskite kūgio šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi a^2 \sqrt{\cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \beta}}{4 \sin^2 \alpha \operatorname{ctg} \beta} \right]$$

- 508(A). Atstumas nuo taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo viršūnės iki prieš ją esančios šoninės sienos lygus b . Į piramidę įbrėžtas kūgis. Kampas tarp kūgio sudaromosios ir pagrindo plokštumos lygus α . Raskite kūgio tūrį ir paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi b^3}{81 \sin^2 \alpha \cos \alpha}, \frac{\pi b^2}{18 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos \alpha} \right]$$

- 509(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės šoninė briauna lygi b , kampas tarp šoninės briaunos ir pagrindo plokštumos lygus φ . Raskite į piramidę įbrėžto kūgio tūrį.

$$\left[\frac{\pi b^3 \cos \varphi \sin 2\varphi}{12} \right]$$

- 510(A). Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a , plokščiasis kampas prie viršūnės lygus φ . Raskite į piramidę įbrėžto kūgio tūrį.

$$\left[\pi a^3 \sqrt{3 \cos(30^\circ + \frac{\varphi}{2}) \cos(30^\circ - \frac{\varphi}{2})} \left(108 \sin \frac{\varphi}{2} \right)^{-1} \right]$$

8. Rutulys

- 511(B). Rutulio spindulys lygus 41 dm. Rutulį kerta plokštuma, nutolusi nuo centro per 9 dm. Raskite gauto pjūvio plotą.

$$[16\pi \text{ m}^2]$$

- 512(B). Rutulį kerta per jo spindulio vidurio tašką einanti tam spinduliui statmena plokštuma. Raskite gauto pjūvio ir didžiojo skritulio plotų santykį.

$$[3:4]$$

- 513(B). Rutulio didžiojo skritulio plotas lygus 1 m^2 . Raskite rutulio paviršiaus plotą.

$$[4 \text{ m}^2]$$

- 514(B). Rutulio paviršiaus plotas lygus $225\pi \text{ m}^2$. Raskite rutulio tūrį.

$$[562,5\pi \text{ m}^3]$$

- 515(B). Pusrutulio spindulys lygus R . Raskite jo paviršiaus plotą.

$$[3\pi R^2]$$

- 516(B).** Iš trijų rutulių, kurių spinduliai lygūs 3 cm, 4 cm ir 5 cm, padarytas vienas rutulys. Koks jo spindulys?

[6 cm]

- 517(B).** Kaip pasikeis rutulio paviršiaus plotas ir tūris, rutulio spindulį padidinus 4 kartus?

[Padidės 16 kartų, padidės 64 kartus]

- 518(B).** Rutulio spindulys lygus 63 cm. Taškas A yra rutulio liečiamojame plokštumoje 16 cm atstumu nuo lietimosi taško. Raskite trumpiausią atstumą nuo taško A iki rutulio paviršiaus.

[2 cm]

- 519(B).** Rutulio spindulys lygus R . Per spindulio galą einanti plokštuma su tuo spinduliu sudaro 60° kampą. Raskite pjūvio plotą.

$\left[\frac{1}{4}\pi R^2\right]$

- 520(B).** Rutulio spindulys lygus 13 cm. A, B, C – rutulio paviršiaus taškai. Juos jungiančių atkarpų ilgiai lygūs 6 cm, 8 cm ir 10 cm. Raskite atstumą nuo rutulio centro iki plokštumos ABC .

[12 cm]

- 521(B).** Rutulį kertančios plokštumos atstumas nuo rutulio centro lygus 2 m. Pjūvio plotas lygus 5π m². Apskaičiuokite rutulio spindulį.

[3 m]

- 522(B).** Per rutulio spindulio galą eina plokštuma, sudaranti su spinduliu kampą α . Atstumas nuo rutulio centro iki plokštumos lygus 2 m. Raskite pjūvio plotą ir rutulio spindulį.

$\left[4\pi \operatorname{ctg}^2 \alpha, \frac{2}{\sin \alpha}\right]$

- 523(B).** Rutulio skersmeniui statmenas pjūvis dalija skersmenį AB santykiu 3:5. Didesnioji styga, jungianti vieną skersmens AB galų su pjūvio apskritimo tašku, lygi $2a\sqrt{10}$. Raskite rutulio spindulį.

[4a]

- 524(B). Rutulio skersmeniui statmena plokštuma tą skersmenį dalija į 3 cm ir 9 cm atkarpas. Raskite rutulio dalių, į kurias ji dalija tą plokštumą, tūrius.

$$[45\pi \text{ cm}^3, 243\pi \text{ cm}^3]$$

- 525(B). Rutulio spindulys lygus 75 cm, jo išpjovos pagrindo spindulys – 60 cm. Raskite rutulio išpjovos tūrį.

$$[112500\pi \text{ cm}^3 \text{ arba } 450000\pi \text{ cm}^3]$$

- 526(B). Rutulio sluoksnio aukštinė lygi 7 cm, pagrindų spinduliai – 16 cm ir 33 cm. Raskite rutulio sluoksnį ribojančios sferos juostos plotą.

$$[910\pi \text{ cm}^2]$$

- 527(B). Rutulio skersmuo lygus 25 cm. A – rutulio paviršiaus taškas, a – apskritimas, kurio kiekvieno taško atstumas iki taško A lygus 15 cm. Raskite apskritimo a spindulį.

$$[12 \text{ cm}]$$

- 528(B). Rutulio spindulys lygus 15 m. Šalia rutulio, 10 m atstumu nuo rutulio paviršiaus, yra taškas A , rutulio paviršiuje – apskritimas, kurio kiekvieno taško atstumas nuo taško A lygus 20 m. Raskite to apskritimo ilgį.

$$[24\pi \text{ m}]$$

- 529(B). Rutulio, kurio spindulys OM , liečiamojoje plokštumoje yra $\sqrt{65}$ m ilgio atkarpa MD . Per tašką D eina kirstinė DOK , lygi 13 m. Apskaičiuokite rutulio spindulį.

$$[4 \text{ m}]$$

- 530(A). Dviejų rutulių spinduliai lygūs 25 dm ir 29 dm, atstumas tarp jų centrų – 36 dm. Raskite rutulių paviršių susikirtimo linijos ilgį.

$$[4\pi \text{ m}]$$

- 531(A). Trikampio kraštinės, lygios 13 cm, 14 cm ir 15 cm, liečia rutulį, kurio spindulys lygus 5 cm. Raskite atstumą nuo rutulio centro iki trikampio plokštumos.

$$[3 \text{ cm}]$$

- 532(A). Rutulio dviejų pjūvių plokštumos viena kitai statmenos. Viena jų eina per rutulio centrą, kita nutolusi nuo jo per 12 cm. Pjūvių bendra styga lygi 18 cm. Raskite pjūvių plotus.

$$[225\pi \text{ cm}^2, 81\pi \text{ cm}^2]$$

- 533(A). Du rutulio pjūviai turi vienintelį bendrą tašką. Pjūvių plokštumos sudaro 60° kampą, viena jų eina per rutulio centrą. Atstumas tarp pjūvių lygiagrečių skersmenų lygus 10 cm. Raskite rutulio skersmenį.

$$\left[\frac{40}{\sqrt{3}} \text{ cm} \right]$$

- 534(A). Per rutulio skersmens AB galą A eina dvi plokštumos, nevienodai pasvirusios į AB . Įrodykite, kad mažesnis skersmuo yra to pjūvio, į kurio plokštumą AB pasviręs didesniu kampu.

- 535(A). Dvi plokštumos kertasi kampu 2α , kerta rutulį ir abi yra vienodai nutolusios nuo rutulio centro. Pjūvių spinduliai lygūs a , atstumas nuo rutulio centro iki tiesės, kuria kertasi plokštumos, lygus $3a$. Raskite rutulio spindulį.

$$[a\sqrt{1 + 9\sin^2 \alpha}]$$

- 536(A). Per du rutulio taškus A ir B , kurie nėra vieno skersmens galai, eina du pjūviai: vienas per rutulio centrą, kitas statmenas pirmajam pjūviui. Įrodykite, kad pirmojo pjūvio apskritimo mažesnis lankas AB yra mažesnis už antrojo pjūvio apskritimo lanką AB .

- 537(A). Plokštuma P liečia rutulį taške M , plokštuma Q kerta plokštumą P kampu α . Be to, plokštuma Q kerta rutulio skersmenį AM taške K , $AK : KM = 3 : 1$, atstumas nuo taško K iki plokštumų P ir Q susikirtimo tiesės lygus $2a$. Raskite rutulio spindulį ir atstumą nuo rutulio centro iki pjūvio plokštumos.

$$[4a \sin \alpha, a \sin 2\alpha]$$

- 538(A). Per rutulio paviršiaus tašką eina dvi plokštumos, sudarančios 120° kampą. Vienos plokštumos atstumas nuo rutulio centro lygus 11 dm, kitos – 13 dm. Apskaičiuokite rutulio spindulį ir pjūvių plotus.

$$[14 \text{ dm}, 75\pi \text{ dm}^2, 27\pi \text{ dm}^2]$$

- 539(A). Rutulio pjūvis statmenas skersmeniui AB ir taške K dalija jį santykiu $AK : KB = 1 : 3$. Pjūvio plotas lygus $12\pi \text{ m}^2$. Apskaičiuokite rutulio tūrį.

$$\left[\frac{256}{3}\pi \text{ m}^3 \right]$$

- 540(A). Rutulį kerta plokštuma, einanti per spindulio OB galą B ir su spinduliu sudaranti 30° kampą. Pjūvio plotas lygus $3\pi \text{ m}^2$. Apskaičiuokite rutulio tūrį ir didesniosios rutulį ribojančios sferos nuopjovos plotą.

$$\left[\frac{32}{3}\pi \text{ m}^3, 12\pi \text{ m}^2 \right]$$

- 541(A). Rutulio, kurio spindulys OM , liečiamojoje plokštumoje P yra atkarpa ME , lygi $\sqrt{3} \text{ m}$. Rutulį kerta per tašką O ir atkarpos OM vidurio tašką einanti plokštuma Q , sudaranti 60° kampą su plokštuma P . Apskaičiuokite rutulio tūrį ir paviršiaus plotą.

$$\left[288\pi \text{ m}^3, 144\pi \text{ m}^2 \right]$$

- 542(A). Rutulys perkirstas plokštuma, statmena skersmeniui AB ir nutolusia nuo rutulio centro atstumu a . Tiesė, jungianti tašką A su pjūvio apskritimo tašku, su ta plokštuma sudaro kampą α . Raskite rutulio tūrį ir paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{4\pi a^3}{3 \cos^3 2\alpha}, \frac{4\pi a^2}{\cos^2 2\alpha} \right]$$

- 543(A). Vienoje rutulio centro pusėje yra du lygiagretūs pjūviai. Jų plotai lygūs $49\pi \text{ dm}^2$ ir $4\pi \text{ m}^2$, atstumas tarp pjūvių lygus 9 dm . Raskite rutulio paviršiaus plotą.

$$\left[25\pi \text{ m}^2 \right]$$

- 544(A). Rutulio nuopjovos aukštinė lygi $0,1$ rutulio skersmens. Kurį rutulio tūrio dalį sudaro tos nuopjovos tūris?

$$\left[0,028 \right]$$

- 545(A). Rutulio išpjovos ašinio pjūvio lankas lygus 120° . Raskite išpjovos ir atitinkamos nuopjovos tūrių santykį.

$$\left[3:1 \right]$$

- 546(A). Rutulio nuopjovos ašinio pjūvio lankas lygus 90° . Raskite nuopjovos ir atitinkamos išpjovos tūrių santykį.

$$\left[\approx 0,396 \right]$$

- 547(A). Rutulio išpjovos spindulys lygus R , jos ašinio pjūvio kampas – 120° . Raskite išpjovos tūrį.

$$\left[\frac{1}{3}\pi R^3\right]$$

- 548(A). Rutulio išpjovos pagrindo apskritimo spindulys lygus 60 cm, rutulio spindulys lygus 75 cm. Raskite rutulio išpjovos tūrį.

$$[112,5\pi \text{ dm}^3]$$

- 549(A). Rutulio tūris lygus $\frac{4}{\pi}\sqrt{6\pi}$. Raskite rutulio paviršiaus plotą.

$$[6]$$

- 550(A). Rutulį, kurio spindulys lygus $\frac{26}{\sqrt{\pi}}$, kerta plokštuma, nuo rutulio centro nutolusi atstumu $\frac{10}{\sqrt{\pi}}$. Raskite pjūvio plotą.

$$[576]$$

- 551(A). Rutulio spindulys lygus a , rutulio nuopjovos ašinio pjūvio lankas lygus 4α ($4\alpha < 180^\circ$). Raskite rutulio nuopjovos aukštinę.

$$[2a \sin^2 \alpha]$$

- 552(A). Metalinis rutulys, kurio spindulys lygus $\sqrt[3]{2}$, perlydytas į kūgį. Kūgio šoninio paviršiaus plotas tris kartus didesnis už pagrindo plotą. Raskite kūgio aukštinę.

$$[4]$$

- 553(A). Rutulio nuopjovos ašinio pjūvio lankas lygus 120° , rutulio nuopjovos spindulys lygus a . Raskite rutulio nuopjovos aukštinę.

$$[0,5a]$$

- 554(A). Du rutuliai, kurių spinduliai lygūs r , ir dar du vienodi rutuliai, kurių spinduliai nežinomi, sudėti taip, kad kiekvienas rutulys liečia tris kitus rutulius ir duotą plokštumą. Raskite nežinomus rutulių spindulius.

$$[(2 \pm \sqrt{3})r]$$

9. Rutulys ir piramidė

- 555(A). Rutulio, apibrėžto apie taisyklingą keturkampę piramidę, centras nutolęs nuo šoninės sienos atstumu a , nuo šoninės briaunos – atstumu b . Raskite rutulio spindulį.

$$\left[\frac{ab}{\sqrt{2a^2 - b^2}} \right]$$

- 556(A). Į taisyklingą keturkampę piramidę įbrėžto rutulio centras nuo šoninės briaunos nutolęs $\sqrt{2}$ cm atstumu, nuo pagrindo kraštinės – $\sqrt{5}$ cm atstumu. Raskite rutulio spindulį.

$$\left[\frac{\sqrt{5}}{2} \text{ cm} \right]$$

- 557(A). Į rutulį, kurio spindulys R , įbrėžta keturkampė piramidė. Jos pagrindas yra stačiakampis. Kampas tarp stačiakampio įstrižainių lygus α . Piramidės šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampu φ . Raskite piramidės pagrindo plotą.

$$\left[2R^2 \sin^2 2\varphi \sin \alpha \right]$$

- 558(A). Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a , kampas tarp šoninės briaunos ir aukštinės lygus α . Raskite apie piramidę apibrėžto rutulio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{4\pi a^2}{3 \sin^2 2\alpha} \right]$$

- 559(A). Piramidės pagrindas yra rombas, kurio smailusis kampas lygus α . Kiekvienas dvisienis kampas prie pagrindo kraštinės lygus φ . Į piramidę įbrėžto rutulio spindulys lygus r . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{4r^3 \operatorname{tg} \varphi \operatorname{ctg}^3 \frac{\varphi}{2}}{3 \sin \alpha} \right]$$

- 560(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės šoninės briaunos sudaro kampą 2α . Apie piramidę apibrėžto rutulio centras nuo piramidės pagrindo nutolęs atstumu d . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{2}{3} d^3 \operatorname{tg}^3 2\alpha \operatorname{ctg} \alpha \right]$$

- 561(A).** Rutulio tūris lygus V . Į rutulį įbrėžtos taisyklingosios keturkampės piramidės priešingos šoninės briaunos sudaro kampą α . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{V}{\pi} \sin^2 \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} \right]$$

- 562(A).** Rutulio spindulys lygus R . Į rutulį įbrėžtos taisyklingosios keturkampės piramidės šoninė briauna su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{2}{3} R^3 \sin^3 2\alpha \operatorname{tg} \alpha \right]$$

- 563(A).** Į rutulį įbrėžta taisyklingoji keturkampė piramidė. Jos šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampu α . Piramidės aukštinė lygi $2c$. Raskite rutulio paviršiaus plotą ir piramidės tūrį.

$$\left[\frac{4\pi c^2}{\sin^4 \alpha}, \frac{16c^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{3} \right]$$

- 564(A).** Į taisyklingąją keturkampę piramidę, kurios šoninės sienos aukštinė lygi a ir pasvirusios į pagrindo plokštumą kampu 2α , įbrėžtas rutulys. Raskite rutulio tūrį ir piramidės tūrį.

$$\left[\frac{4}{3} \pi a^3 \cos^3 2\alpha \operatorname{tg}^3 \alpha, \frac{2}{3} a^3 \cos 2\alpha \sin 4\alpha \right]$$

- 565(A).** Į rutulį įbrėžta taisyklingoji trikampė piramidė, kurios šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampu α . Piramidės pagrindo aukštinė lygi $3\sqrt{3}$ m. Raskite rutulio paviršiaus plotą ir piramidės tūrį.

$$\left[\frac{48\pi}{\sin^2 2\alpha} \text{ m}^2, 18 \operatorname{tg} \alpha \text{ m}^3 \right]$$

- 566(A).** Į taisyklingąją trikampę piramidę, kurios pagrindo briauna lygi $6\sqrt{3}$ m, įbrėžtas rutulys. Piramidės šoninė siena pasvirusios į pagrindo plokštumą kampu 2α . Raskite rutulio tūrį ir piramidės šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[36\pi \operatorname{tg}^3 \alpha \text{ m}^3, \frac{27\sqrt{3}}{\cos 2\alpha} \text{ m}^2 \right]$$

- 567(A).** Į rutulį įbrėžta trikampė piramidė. Jos pagrindas yra statusis trikampis, kurio $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = \alpha$, $BC = 2a$. Piramidės šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampu α . Raskite rutulio tūrį ir piramidės tūrį.

$$\left[\frac{4\pi a^3}{3 \sin^3 \alpha \sin^3 2\alpha}, \frac{2a^3}{3 \sin \alpha} \right]$$

- 568(A). Į piramidę, kurios šoninės sienos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampu 2β , įbrėžtas rutulys. Piramidės pagrindas – statusis trikampis, kurio statiniai lygūs 3 m ir 4 m. Raskite rutulio paviršiaus plotą ir piramidės tūrį.

$$[4\pi \operatorname{tg}^2 \beta \text{ m}^2, 2 \operatorname{tg} \beta \text{ m}^3]$$

- 569(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės aukštinė lygi H , šoninė briauna – b . Raskite apie ją apibrėžto rutulio spindulį.

$$\left[\frac{b^2}{2H} \right]$$

- 570(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės aukštinė lygi 4 m, pagrindo kraštinė – 4 m. Raskite apie ją apibrėžto rutulio spindulį.

$$[3 \text{ m}]$$

- 571(A). Taisyklingosios piramidės aukštinė lygi H , dvisienis kampas prie pagrindo kraštinės – 60° . Raskite į piramidę įbrėžto rutulio spindulį.

$$\left[\frac{1}{3} H \right]$$

- 572(A). Į rutulį įbrėžta taisyklingoji keturkampė piramidė. Rutulio centras jos aukštinę dalija į 4 cm ir 5 cm atkarpas. Raskite piramidės tūrį.

$$[54 \text{ cm}^3]$$

- 573(A). Piramidės pagrindas yra taisyklingasis trikampis, kurio kraštinė lygi 3 dm. Viena šoninė briauna lygi 2 dm ir statmena piramidės pagrindui. Raskite apie piramidę apibrėžto rutulio spindulį.

$$[2 \text{ dm}]$$

- 574(A). Piramidės pagrindas – stačioji trapecija, kurios vienas kampas lygus 30° , ilgesnioji šoninė kraštinė – 8 m. Piramidės šoninės sienos su pagrindo plokštuma sudaro 60° kampus. Apskaičiuokite į piramidę įbrėžto rutulio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{256\pi(11-4\sqrt{3})}{219} \text{ m}^2 \right]$$

- 575(A). Į sferą, kurios spindulys R , įbrėžta taisyklingoji šešiakampė piramidė. Kampas tarp piramidės šoninės briaunos ir pagrindo plokštumos lygus φ . Raskite piramidės didesnio įstrižojo pjūvio plotą.

$$[2R^2 \sin 2\varphi \sin^2 \varphi]$$

- 576(A). Taisyklingosios trikampės piramidės šoninė siena su pagrindo plokštuma sudaro kampą φ . Į piramidę įbrėžto rutulio tūris lygus V . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{3V\sqrt{3}\operatorname{tg}\varphi\operatorname{ctg}^3\frac{\varphi}{2}}{4\pi} \right]$$

- 577(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės šoninė siena su pagrindo plokštuma sudaro kampą β . Į piramidę įbrėžto rutulio paviršiaus plotas lygus S . Raskite piramidės šoninio paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{S\operatorname{ctg}^2\frac{\beta}{2}}{\pi\cos\beta} \right]$$

- 578(A). Į sferą, kurios spindulys lygus R , įbrėžta taisyklingoji trikampė piramidė. Kampas tarp jos aukštinės ir šoninės briaunos lygus α . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{\sqrt{3}}{2}R^3\sin^22\alpha\cos^2\alpha \right]$$

- 579(A). Į rutulį įbrėžta taisyklingoji keturkampė piramidė. Jos tūris lygus V , šoninė briauna su pagrindo plokštuma sudaro kampą φ . Raskite rutulio tūrį.

$$\left[\frac{\pi V}{\sin^2\varphi\sin^22\varphi} \right]$$

- 580(A). Piramidės pagrindas – taisyklingasis trikampis, kurio kraštinė lygi 6 cm. Viena šoninė briauna statmena pagrindo plokštumai ir lygi 4 cm. Raskite apie piramidę apibrėžto rutulio spindulį.

$$[4\text{ cm}]$$

- 581(A). Taisyklingosios trikampės piramidės $SABC$ (S – viršūnė) pagrindo kraštinė lygi a , šoninė briauna – $a\sqrt{2}$. Per tašką A einanti sfera liečia briaunas SB ir SC jų vidurio taškuose. Raskite sferos spindulį.

$$\left[\frac{a}{4}\sqrt{\frac{23}{5}} \right]$$

- 582(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės $SABCD$ (S – viršūnė) pagrindo kraštinė lygi a , šoninė briauna – a . Sfera, kurios centras O , eina per tašką A ir liečia briaunas SB ir SD jų vidurio taškuose. Raskite piramidės $OSCD$ tūrį.

$$\left[\frac{5\sqrt{2}}{96}a^3 \right]$$

- 583(A). Į rutulį, kurio spindulys R , įbrėžta taisyklingoji trikampė piramidė. Jos dvisienis kampas prie pagrindo lygus α . Raskite piramidės pagrindo kraštinę.

$$\left[4\sqrt{3}R \frac{\operatorname{tg} \alpha}{4 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right]$$

- 584(A). Į rutulį įbrėžta piramidė. Piramidės pagrindas – stačiakampis, kurio kraštinės lygios 6 ir 7. Piramidės aukštinė eina per pagrindo viršūnę ir lygi 6. Raskite rutulio spindulį.

$$\left[\frac{11}{2} \right]$$

- 585(A). Piramidės pagrindas – kvadratas, piramidės aukštinė eina per pagrindo kraštinės vidurio tašką. Pagrindo kraštinė lygi a , piramidės aukštinė – $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. Raskite apie piramidę apibrėžto rutulio spindulį.

$$\left[\frac{a\sqrt{21}}{6} \right]$$

- 586(A). Trikampės piramidės pagrindas yra lygiašonis trikampis, kurio plotas lygus S , kampas prie viršūnės – α . Piramidės šoninės briaunos su aukštine sudaro lygius kampus β . Raskite piramidės tūrį ir apie ją apibrėžto rutulio spindulį.

$$\left[\frac{1}{6} S \sqrt{\frac{2S \sin \alpha}{\cos \frac{\alpha}{2} \sin \alpha \operatorname{tg} \beta}}, \frac{\sqrt{2S \sin \alpha}}{2 \cos \frac{\alpha}{2} \sin \alpha \sin 2\beta} \right]$$

- 587(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės aukštinė lygi h , šoninės sienos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampų α . Į piramidę įbrėžtas rutulys. Paskui į viršutinę piramidės dalį įbrėžtas antras rutulys (jis liečia pirmą rutulį ir piramidės šoninį paviršių). Ir t.t. Raskite visų rutulių tūrių sumą.

$$\left[\frac{2\pi h^3 \cos^2 \alpha}{3(3 + \cos^2 \alpha)} \right]$$

- 588(A). Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo plotas lygus S , į piramidę įbrėžto rutulio spindulys – r . Raskite piramidės tūrį.

$$\left[\frac{2S^2 r}{3(S - 4r^2)} \right]$$

- 589(A). Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi b , šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampų α . Raskite apie piramidę apibrėžto rutulio tūrį.

$$\left[\frac{4\sqrt{3}\pi b^3}{27 \sin^3 2\alpha} \right]$$

- 590(A). Apie trikampę piramidę apibrėžtos sferos spindulys lygus R . Sferos centras yra piramidės pagrindo kraštinėje. Piramidės šoninės briaunos su jos aukštine sudaro lygius kampus. Piramidės tūris lygus V . Raskite piramidės pagrindo smailųjį kampą.

$$\left[\frac{1}{2} \arcsin \frac{3V}{R^3} \right]$$

- 591(A). Trikampės piramidės $SABC$ pagrindas yra lygiašonis statusis trikampis ABC ($AB = BC$); $(ASB) \perp (ABC)$, $\angle ASB = 90^\circ$. Atkarpa CK – trikampio SCB pusiaukampinė; $SK = a$, $BK = b$. Raskite apie piramidę $SABC$ apibrėžto rutulio spindulį.

$$\left[\frac{b\sqrt{2(a+b)}}{2\sqrt{a^2-b^2}} \right]$$

- 592(A). Į rutulį, kurio spindulys lygus R , įbrėžta taisyklingoji keturkampė piramidė. Jos šoninė briauna su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Piramidė perkirsta per rutulio centrą einančia pagrindo plokštumai lygiagrečia plokštuma. Raskite gauto pjūvio plotą.

$$[2R^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha]$$

10. Rutulys ir kūgis

- 593(B). Rutulio spindulys lygus R . Į rutulį įbrėžtas kūgis. Kūgio šoninio paviršiaus plotas du kartus didesnis už pagrindo plotą. Raskite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{3\pi R^3}{8} \right]$$

- 594(B). Kūgio ašinio pjūvio kampas prie viršūnės lygus α . Į kūgį įbrėžtas rutulys. Rutulio didžiojo skritulio plotas lygus K . Raskite kūgio tūrį.

$$\left[\frac{1}{3} K \sqrt{\frac{K}{\pi}} \operatorname{ctg}^3 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \operatorname{ctg} \alpha \right]$$

- 595(B). Į kūgį įbrėžtas rutulys. Rutulio spindulys lygus r . Kūgio sudaromoji su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Raskite kūgio tūrį ir paviršiaus plotą.

$$\left[\frac{\pi}{3} r^3 \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \alpha, \frac{2\pi r^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha} \right]$$